

Materiał: Mosiądz

I. Dane pomiarowe i stałe

- **Pomiary długości l_0 :** $[0.4048, 0.4047, 0.4046]$ m
- **Odczyt czujnika S :** 0.00021 m
- **Temp. wrzenia T_{wrz} :** 99.71 °C
- **Temp. otoczenia T_0 :** 21.0 °C
- **Dokładności przyrządów:**
 - Termometr: $\Delta T_0 = 1.0$ K
 - Tabela wrzenia: $\Delta T_{tab} = 0.01$ K
 - Suwmiarka: $\Delta l = 1e - 05$ m
 - Czujnik: $\Delta S = 1e - 05$ m

2. Obliczenia wielkości fizycznych

a) Średnia długość początkowa:

$$\bar{l}_0 = \frac{1.21410}{3} = 0.40470 \text{ m}$$

b) Różnica temperatur:

$$\Delta T = T_{wrz} - T_0 = 99.71 - 21.0 = 78.71 \text{ K}$$

c) Wydłużenie bezwzględne:

$$\Delta l = S_{końc} - S_{pocz} = 0.00021 - 0.0 = 0.00021 \text{ m}$$

d) Współczynnik rozszerzalności

$$\alpha = \frac{0.00021}{0.40470 \cdot 78.71} = 6.59 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

3. Szczegółowa analiza niepewności

a) Niepewności standardowe typu B:

- Termometr: $u_B(T_0) = \frac{1.0}{\sqrt{3}} = 0.5774 \text{ K}$
- Tabela wrzenia: $u_B(T_{wrz}) = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ K}$
- Suwmiarka: $u_B(l_0) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$
- Czujnik wydłużenia: $u_B(\Delta l) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$

b) Niepewność różnicy temperatur:

$$u(\Delta T) = \sqrt{u_B^2(T_{wrz}) + u_B^2(T_0)} = \sqrt{0.0058^2 + 0.5774^2} = 0.5774 \text{ K}$$

c) Niepewność typu A:

$$u_A(l_0) = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)}} = 0.0000577 \text{ m}$$

d) Udziały niepewności:

- Od wydłużenia: $(\frac{u(\Delta l)}{\Delta l})^2 = 7.56e-04$
- Od długości: $\frac{1}{l_0^2}(u_A^2 + u_B^2) = 2.06e-08$
- Od temperatury: $(\frac{u(\Delta T)}{\Delta T})^2 = 5.38e-05$
- **Suma pod pierwiastkiem:** $8.10e-04$

e) Niepewność całkowita:

$$u(\alpha) = \alpha \cdot \sqrt{0.0008} = 0.19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

Zestawienie końcowe:

- **Wynik z pomiaru:** $\alpha = (6.59 \pm 0.19) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
- **Wartość tablicowa:** $\alpha_{tab} \approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
- **Błąd względny:**

$$\delta = \frac{|6.59 - 19.0|}{19.0} \cdot 100\% = \mathbf{65.3\%}$$

Materiał: Glin

1. Dane pomiarowe i stałe

- **Pomiary długości l_0 :** $[0.4037, 0.4036, 0.4036] \text{ m}$
- **Odczyt czujnika S :** 0.0001 m
- **Temp. wrzenia T_{wrz} :** $99.71 \text{ }^\circ\text{C}$
- **Temp. otoczenia T_0 :** $21.0 \text{ }^\circ\text{C}$
- **Dokładności przyrządów:**
 - Termometr: $\Delta T_0 = 1.0 \text{ K}$
 - Tabela wrzenia: $\Delta T_{tab} = 0.01 \text{ K}$
 - Suwmiarka: $\Delta l = 1e-05 \text{ m}$
 - Czujnik: $\Delta S = 1e-05 \text{ m}$

2. Obliczenia wielkości fizycznych

a) Średnia długość początkowa:

$$\bar{l}_0 = \frac{1.21090}{3} = 0.40363 \text{ m}$$

b) Różnica temperatur:

$$\Delta T = T_{wrz} - T_0 = 99.71 - 21.0 = 78.71 \text{ K}$$

c) Wydłużenie bezwzględne:

$$\Delta l = S_{końc} - S_{pocz} = 0.0001 - 0.0 = 0.00010 \text{ m}$$

d) Współczynnik rozszerzalności:

$$\alpha = \frac{0.00010}{0.40363 \cdot 78.71} = 3.15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

3. Szczegółowa analiza niepewności

a) Niepewności standardowe typu B:

- Termometr: $u_B(T_0) = \frac{1.0}{\sqrt{3}} = 0.5774 \text{ K}$
- Tabela wrzenia: $u_B(T_{wrz}) = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ K}$
- Suwmiarka: $u_B(l_0) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$
- Czujnik wydłużenia: $u_B(\Delta l) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$

b) Niepewność różnicy temperatur:

$$u(\Delta T) = \sqrt{u_B^2(T_{wrz}) + u_B^2(T_0)} = \sqrt{0.0058^2 + 0.5774^2} = 0.5774 \text{ K}$$

c) Niepewność typu A:

$$u_A(l_0) = \sqrt{\frac{\sum (l_i - \bar{l})^2}{n(n-1)}} = 0.0000333 \text{ m}$$

d) Udziały niepewności:

- Od wydłużenia: $(\frac{u(\Delta l)}{\Delta l})^2 = 3.33e-03$
- Od długości: $\frac{1}{l_0^2}(u_A^2 + u_B^2) = 7.02e-09$
- Od temperatury: $(\frac{u(\Delta T)}{\Delta T})^2 = 5.38e-05$
- Suma pod pierwiastkiem: $3.39e-03$

e) Niepewność całkowita:

$$u(\alpha) = \alpha \cdot \sqrt{0.0034} = 0.18 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

Zestawienie końcowe:

- Wynik z pomiaru: $\alpha = (3.15 \pm 0.18) \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
- Wartość tablicowa: $\alpha_{tab} \approx 25 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
- Błąd względny:

$$\delta = \frac{|3.15 - 25.0|}{25.0} \cdot 100\% = 87.4\%$$

1. Dane pomiarowe i stałe

- Pomiary długości l_0 : $[0.4052, 0.4052, 0.4052]$ m
- Odczyt czujnika S : 0.00031 m
- Temp. wrzenia T_{wrz} : 99.71 °C
- Temp. otoczenia T_0 : 21.0 °C
- Dokładności przyrządów:
 - Termometr: $\Delta T_0 = 1.0$ K
 - Tabela wrzenia: $\Delta T_{tab} = 0.01$ K
 - Suwmiarka: $\Delta l = 1e-05$ m
 - Czujnik: $\Delta S = 1e-05$ m

2. Obliczenia wielkości fizycznych

a) Średnia długość początkowa:

$$\bar{l}_0 = \frac{1.21560}{3} = 0.40520 \text{ m}$$

b) Różnica temperatur:

$$\Delta T = T_{wrz} - T_0 = 99.71 - 21.0 = 78.71 \text{ K}$$

c) Wydłużenie bezwzględne:

$$\Delta l = S_{końc} - S_{pocz} = 0.00031 - 0.0 = 0.00031 \text{ m}$$

d) Współczynnik rozszerzalności:

$$\alpha = \frac{0.00031}{0.40520 \cdot 78.71} = 9.72 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

3. Szczegółowa analiza niepewności

a) Niepewności standardowe typu B:

- Termometr: $u_B(T_0) = \frac{1.0}{\sqrt{3}} = 0.5774 \text{ K}$
- Tabela wrzenia: $u_B(T_{wrz}) = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ K}$
- Suwmiarka: $u_B(l_0) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$
- Czujnik wydłużenia: $u_B(\Delta l) = \frac{1e-05}{\sqrt{3}} = 0.0000058 \text{ m}$

b) Niepewność różnicy temperatur:

$$u(\Delta T) = \sqrt{u_B^2(T_{wrz}) + u_B^2(T_0)} = \sqrt{0.0058^2 + 0.5774^2} = 0.5774 \text{ K}$$

c) Niepewność typu A:

Pomijalna

d) Udziały niepewności:

- Od wydłużenia: $(\frac{u(\Delta l)}{\Delta l})^2 = 3.47e - 04$
- Od długości: $\frac{1}{l_0^2}(u_A^2 + u_B^2) = 2.03e - 10$
- Od temperatury: $(\frac{u(\Delta T)}{\Delta T})^2 = 5.38e - 05$
- **Suma pod pierwiastkiem:** $4.01e - 04$
- **e) Niepewność całkowita:**

$$u(\alpha) = \alpha \cdot \sqrt{0.0004} = 0.19 \cdot 10^{-6} K^{-1}$$

Zestawienie końcowe:

- **Wynik z pomiaru:** $\alpha = (9.72 \pm 0.19) \cdot 10^{-6} K^{-1}$
- **Wartość tablicowa:** $\alpha_{tab} \approx 12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
- **Błąd względny:**

$$\delta = \frac{|9.72 - 12.0|}{12.0} \cdot 100\% = 19.0\%$$

4. Wnioski

1. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń wyznaczono współczynniki liniowej rozszerzalności cieplnej dla badanych materiałów. Otrzymane wartości nie są jednak zgodne ilościowo z danymi tablicowymi — w szczególności dla glinu i miedzi różnice przekraczają 60–80%.
2. Analiza niepewności wykazała, że niepewności losowe oraz dokładność zastosowanych przyrządów pomiarowych są niewielkie i nie tłumaczą zaobserwowanych rozbieżności względem wartości tablicowych.
3. Możliwą przyczyną zaniżenia wyników jest nieuwzględnienie charakterystyki układu pomiarowego wydłużenia, w szczególności ewentualnego przełożenia mechanicznego pomiędzy rzeczywistym wydłużeniem próbki a wskazaniem czujnika. Skutkiem tego zmierzona wartość Δl była mniejsza od rzeczywistej. Niewykluczonym jest również, że błędy te są skutkiem oporu mechanicznego podczas wydłużania się pręta. Oznaczałoby to zajście błędu systematycznego.
4. Inną możliwą przyczyną jest błąd gruby polegający na błędnym odczycie pomiaru lub jego przedwczesnym spisaniem, gdy pręt nie był jeszcze ogrzany na całej swojej długości.
5. Spośród badanych materiałów wynik uzyskany dla stali wykazuje najmniejszą rozbieżność względem wartości tablicowej, jednak również on nie mieści się w granicach niepewności pomiarowej i obarczony jest błędem.